Simplexová metoda pro zadanou úlohu LP v rovnicovém tvaru

---

max $\vec{c}^T \vec{x}$

za podmínek:

$$\vec{x} \in \mathbb{R}^n, \ \vec{x} \geq 0$$
$$A\vec{x} = \vec{b}$$

matice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, řadky A jsou LN
vektor $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$
vektor $\vec{c} \in \mathbb{R}^n$
$\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ přípustná řešení úlohy

---

1. Pomocné LP pro získání baz. přípustného řešení / zjištění, že $\mathcal{X} = \emptyset$

1.1 Případným přenásobením (-1) jednotlivých podmínek zařiď, aby $\vec{b} \geq 0$

1.2 Přidej nové proměnné tak, aby rozšířená soustava měla tvar $\tilde{A} = (A|I_m)$

1.3 Sestav následující pomocné LP jež má bazické přípustné řeš. $\tilde{x} = (0, \ldots, 0|\vec{b})$

$$\max \sum_{i=1}^{m} -d_i \quad \text{za podmínek} \quad \tilde{A}\tilde{x} = \vec{b} \quad \text{a} \quad \tilde{x} \geq 0,$$

kde $d_1, \ldots, d_m$ odpovídají proměnným (sloupcům $\tilde{A}$) z I_m

1.4 Je opt. hodnota pomocné (vyřeš simplex. metodou, krok 2.), menší než nula?
ANO původní úloha nemá řešení, neboli $\mathcal{X} = \emptyset$
NE Z opt. řešení pomocné úlohy získáme bazické přípustné řešení zadané úlohy

Simplexová metoda pro zadanou úlohu LP v rovnicovém tvaru

---

max $\vec{c}^T \vec{x}$

za podmínek:

$$\vec{x} \in \mathbb{R}^n, \ \vec{x} \geq 0$$
$$A\vec{x} = \vec{b}$$

matice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, řadky A jsou LN
vektor $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$
vektor $\vec{c} \in \mathbb{R}^n$
$\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ přípustná řešení úlohy

---

2. Hlavní opakující se smyčka nezhoršující aktuální bazické přípustné řešení:
   $B :=$ souřadnice báze pro aktuální bazické přípustné řešení

2.1 Pro aktuální bázi B nastav $N := [n] \setminus B$

2.2 Přepiš systém rovnic do tvaru $(\vec{x})_B = \vec{p} + Q(\vec{x})_N$, a $z := z_0 + \vec{r}^T(\vec{x})_N$

2.3 Je-li $\forall$ složka $\vec{r}$ nekladná, potom KONEC; $(z_0, \vec{p})$ popisuje optimální řešení

2.4 Vyber "nějak" jedno $j \in [n]$ splňující nerovnost $(\vec{r})_j > 0$

2.5 Je-li $\mathcal{K}_j := \{k \in [m] : (Q)_{k,j} < 0\}$ prázdná, potom KONEC; neomezená úloha

2.6 Mezi všemi $k \in \mathcal{K}_j$ vyber "nějak" jedno z těch, co minimalizují výraz $\frac{(\vec{p})_k}{-(Q)_{k,j}}$

2.7 Proveď tzv. pivotovací krok — do B přidej j a odeber z něj k a jdi na 2.1

"Nějak" podle Blandtova pravidla:

a) Nejprve zvol nejmenší $j \in [n]$ takové, že $(\vec{r})_j > 0$, a

b) zvol nejmenší $k \in \mathcal{K}_j$ takové, že $\frac{(\vec{p})_k}{-(Q)_{k,j}}$ má nejmenší možnou hodnotu