

Teorie grafů
ZS 2022/23, FJFI ČVUT

1. domácí úlohy

Deadline: 6.10.2022 23:59:59 středoevropského času

- 1a) Dokažte, že doplněk nesouvislého grafu je nutně souvislý.
(Graf G je nesouvislý pokud není souvislý, tzn. má alespoň 2 komponenty souvislosti.)
- 1b) Dokažte, že skóre každého grafu s alespoň dvěma vrcholy obsahuje nějaké číslo víc než jednou.
 - 2) Nazvěme graf G *d-regulárním* pokud všechny jeho vrcholy mají stupeň přesně d . Určete všechny dvojice čísel n a d , kde $0 \leq d \leq n-1$, takové, že existuje d -regulární graf s n vrcholy.
 - 3) Graf nazvěme *asymetrickým* obsahuje-li jeho množina automorfizmů pouze identitu. Zkonstruujte nekonečně mnoho navzájem neizomorfních asymetrických grafů.
 - 4) Nazvěme graf G *doplňkem sebe sama* platí-li, že G je izomorfní doplňku G , neboli $G \cong \overline{G}$. Zkonstruujte nekonečně mnoho navzájem neizomorfních grafů G takových, že $G \cong \overline{G}$.
- 5a) Dokažte, že každý nenulový graf s minimálním stupněm δ obsahuje cestu délky δ .
- 5b) Dokažte, že každý graf s minimálním stupněm $\delta \geq 2$ obsahuje cyklus délky $\ell \geq \delta+1$.
- *) Dokažte, že každý souvislý graf s minimálním stupněm δ obsahuje cestu délky $\min\{2\delta, |V(G)| - 1\}$.