

9. domácí úlohy

Deadline: 15.12.2022 23:59:59 středoevropského času

- 1a) Buď $G = (V, E)$ rovinný graf s $|V| \geq 3$. Dokažte, že každé rovinné nakreslení G má nejvýše $2|V| - 4$ stěn.
- 1b) Pro každé $n \geq 3$ zkonstruuje topologický rovinný graf s n vrcholy a $2n - 4$ stěnami.
- 2) Buď $G = (V, E)$ rovinný graf. Dokažte, že existuje orientace hran E taková, že z každého vrcholu $v \in V$ vychází nejvýše tři šípky.
- 3a) Buď $G = (V, E)$ rovinný graf neobsahující K_3 jako podgraf. Dokažte, že $\chi(G) \leq 4$.
- 3b) Buď $G = (V, E)$ graf který lze získat jako sjednocení dvou rovinných grafů. Jinými slovy, existuje rozklad $E = F_1 \cup F_2$ takový, že (V, F_1) i (V, F_2) jsou rovinné grafy. Dokažte, že $\chi(G) \leq 12$.
- (Poznamenejme, že tento problém modeluje obarvení politické mapy na Zemi a Marsu, kde každý stát na každé planetě tvoří jen jeden souvislý úsek, a chceme, aby území patřící jednomu státu mělo v obou mapách stejnou barvu.)*
- 4) Zkonstruuje nekonečně mnoho rovinných grafů G s následující vlastnosti: existuje nějaké rovinné nakreslení \boxed{G} takové, že jeho duální graf G^* je izomorfní G .
- 5) Buď H graf s maximálním stupněm $\Delta(H) \leq 3$. Dokažte, že pro každý graf G platí
- $$G \text{ obsahuje podrozdělení } H \iff G \text{ obsahuje } H \text{ jako minor.}$$
- *) Buď $G = (V, E)$ graf a $k := \left\lceil \frac{|V|}{2\alpha(G)-1} \right\rceil$. Dokažte, že G obsahuje K_k jako minor.