

Teorie grafů
ZS 2024/25, FJFI ČVUT

1. domácí úlohy

Deadline: 10.10.2024 11:59:59 středoevropského letního času

- 1) Pro daný graf $G = (V, E)$ uvažujme následující relaci \rightsquigarrow na V : pro dva (ne nutně různé) vrcholy $u, w \in V$ řekneme, že u je v relaci s w , tzn. $u \rightsquigarrow w$, jestliže existuje cesta v G z u do w . Dokažte, že \rightsquigarrow je ekvivalence na V .
- 2) Dokažte, že ve skóre každého grafu s alespoň dvěma vrcholy se nachází nějaké číslo dvakrát.
- 3) Graf G nazveme *doplňkem sebe sama* platí-li, že G je isomorfní svému doplňku \overline{G} . Zkonstruuje nekonečně mnoho navzájem neisomorfních grafů G jež jsou doplňkem sebe sama.
- 4) Graf G nazveme *strnulým* obsahuje-li jeho grupa automorfismů pouze identitu. Zkonstruuje nekonečně mnoho navzájem neisomorfních **strnulých** grafů.
- 5) Graf G nazveme *d-regulárním*, jestliže všechny jeho vrcholy mají stupeň přesně d . Určete všechny dvojice čísel n a d , kde $0 \leq d \leq n-1$, takové, že existuje d -regulární graf s n vrcholy.

Svá tvrzení vždy podpořte popisem konstrukce / zdůvodněním neexistence!