

## 2. domácí úlohy

Deadline: 17.10.2024 11:59:59 středoevropského letního času

-----

- 1a) Pro každé  $n$  a  $k \leq n$  určete (a následně dokažte!) minimální počet hran grafu s  $n$  vrcholy a  $k$  komponentami souvislosti.
- 1b) Pro každé  $n$  a  $k \leq n$  určete (a následně dokažte!) maximální počet hran grafu s  $n$  vrcholy a  $k$  komponentami souvislosti.
- 2) Necht'  $T = (V, E)$  je strom obsahující vrchol stupně  $k \geq 3$ . Dokažte, že  $T$  má alespoň  $k$  listů.
- 3) Dokažte, že graf  $G$  je strom  $\iff$  graf  $G$  neobsahuje cyklus a  $|V(G)| = |E(G)| + 1$ .
- 4) Dokažte, že pro posloupnost  $n \geq 2$  celých čísel  $1 \leq d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$  jsou následující dvě podmínky ekvivalentní:
  - (a) Existuje strom, který má skóre  $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ .
  - (b)  $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$ .
- 5) Buď  $n \geq 3$ . Určete (a dokažte!) kolik existuje navzájem různých stromů  $T$  na množině  $[n]$  takových, že hrana  $\{1, 2\} \in E(T)$ .