Teorie grafů

ZS 2024/25, FJFI ČVUT

10. domácí úlohy

Deadline: 17.1.2025 23:59:59 středoevropského zimního času

– –

1) Buď $G = (V, E)$ rovinný graf s $|V| \geq 3$. Dokažte, že každé rovinné nakreslení G má nejvýše $2|V| - 4$ stěn.

2) Buď $G = (V, E)$ rovinný graf neobsahující K_3 jako podgraf. Dokažte, že $\chi(G) \leq 4$.

3) Zkonstruujte nekonečně mnoho rovinných grafů G s následující vlastnosti: existuje nějaké rovinné nakreslení $\boxed{\text{G}}$ takové, že jeho duální graf $G^\star$ je izomorfní G.

4) Buď $G = (V, E)$ rovinný graf. Dokažte, že existuje orientace hran E taková, že z každého vrcholu $v \in V$ vychází nejvýše tři šipky.

5) Buď H graf s maximálním stupněm $\Delta(H) \leq 3$. Dokažte, že pro každý graf G platí

$$G \text{ obsahje podrozdělení } H \iff G \text{ obsahuje } H \text{ jako minor.}$$