Teorie kódování

LS 2022/23, FJFI ČVUT

1. domací úlohy

- -

1) Dokažte, že existuje ne nutně lineární perfektní binární $(M, n, 3)$-kód právě tehdy když platí

$$n = 2^m - 1 \text{ pro nějaké } m \in \mathbb{N}.$$

2) Buď q mocninou prvočísla a $t \in \mathbb{N}$. Dokažte, že existuje-li ne nutně lineární perfektní $(M, n, 2t+1)$-kód s q symboly, tak potom $M = q^k$ pro nějaké $k \in \mathbb{N}$.

3) Buď T konečné těleso s q prvky, a nechť $m \in \mathbb{N}$. Označme $n := n(q, m)$ počet všech nenulových vektorů z T^m takových, že první nenulová souřadnice je rovna 1. Dále označme $\mathcal{C}_{q,m}$ lineární kód nad T délky n, jehož kontrolní matice má rozměry $m \times n$ a jejíž sloupce odpovídají všem různým nenulových vektorům z T^m s první nenulovou souřadnici rovnu 1.

3a) Dokažte, že $n(q, m) = \frac{q^m - 1}{q - 1}$.

3b) Dokažte, že minimální vzdálenost kódu $\mathcal{C}_{q,m}$ je rovna 3.

3c) Dokažte, že $\mathcal{C}_{q,m}$ je perfektní kód.

4) Buď $m \in \mathbb{N}$ a $y \in \mathbb{R}$. Dokažte, že $\left\lceil \frac{1}{m} \lceil y \rceil \right\rceil = \left\lceil \frac{y}{m} \right\rceil$.