Teorie kódování

LS 2024/25, FJFI ČVUT

1. domací úlohy

---

1) Dokažte, že existuje nějaký ne nutně lineární perfektní binární $(M, n, 3)$-kód právě tehdy když platí, že $n = 2^m - 1$ a $M = 2^{n-m}$ pro nějaké $m \in \mathbb{N}$.

2) Buď $\mathcal{C}$ ne nutně lineární kód délky n a minimální vzdáleností $2t+1$ nad abecedou s celkem $q \geq 3$ různými symboly. Dokažte, že počet kódových slov $\mathcal{C}$ je nejvýše

$$\frac{q^n}{\sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i}(q-1)^i}.$$

Připomeňme, že vzdálenost dvou slov je počet souřadnic, na kterých se daná dvě slova liší.

3) Buď T konečné těleso s q prvky a $m \in \mathbb{N}$. Dále, nechť S je množina všech různých vektorů z T^m taková, že první nenulová souřadnice každého vektoru z S je rovna 1. Dokažte, že $m \times |S|$ matice H, jejíž sloupce tvoří všechny vektory z S, je kontrolní maticí lineárního kódu s q symboly délky $\frac{q^m-1}{q-1}$, dimenze $\frac{q^m-1}{q-1} - m$ a minimální vzdáleností 3.

Poznámka: Všimněte si, že pro zde zmiňovaný kód nastává rovnost v nerovnosti z úlohy 2.