

3. domácí úlohy

- 1) Mějme binární BCH kód délky n opravující t chyb s generujícími kořeny $\alpha, \alpha^3, \dots, \alpha^{2t-1}$. Uvažme chybový vektor $e \in \{0, 1\}^n$ a necht' $i_1, i_2, \dots, i_\tau$ jsou indexy jeho nenulových pozic, tzn. pozic, na kterých došlo k chybě. Spočtěme si nyní $2t$ -složkový syndrom:

$$\begin{aligned} s_1 &= e(\alpha) = \alpha^{i_1} + \alpha^{i_2} + \dots + \alpha^{i_\tau} \\ s_2 &= e(\alpha^2) = (\alpha^{i_1})^2 + (\alpha^{i_2})^2 + \dots + (\alpha^{i_\tau})^2 \\ s_3 &= e(\alpha^3) = (\alpha^{i_1})^3 + (\alpha^{i_2})^3 + \dots + (\alpha^{i_\tau})^3 \\ &\vdots \\ s_{2t} &= e(\alpha^{2t}) = (\alpha^{i_1})^{2t} + (\alpha^{i_2})^{2t} + \dots + (\alpha^{i_\tau})^{2t}. \end{aligned}$$

Dokažte, že pro každé $j \in \{1, 2, \dots, t\}$ platí, že $s_{2j} = s_j^2$.

- 2) Buď n liché přirozené číslo a d přirozené číslo splňující $d \leq n$. Dále necht' α je prvek n -tého řádu v nějakém konečném tělese charakteristiky dva. Pro každý cyklický kód délky n s generujícími kořeny $\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{d-1}$ dokažte, že minimální vzdálenost dvou kódových slov je alespoň d .
-

- 3) Připomeňme, že tenzorový součin $A \otimes B$ je čtvercová matice M velikosti $mn \times mn$ získaná následující kompozicí A a B , kde a_{ij} značí jednotlivé prvky matice A :

$$M = \left(\begin{array}{c|c|c|c} a_{11}B & a_{12}B & \dots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \dots & a_{2n}B \\ \vdots & & & \\ a_{n1}B & a_{n2}B & \dots & a_{nn}B \end{array} \right).$$

Buď A a C dvě čtvercové matice velikosti n a B a D dvě čtvercové matice velikosti m . Dokažte, že

- a) $(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T$,
b) $(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD)$.