Start 11:42

P, NP $\quad coNP = \{L \in \{0,1\}^* : \bar{L} \in NP\}$

$L \notin NP$

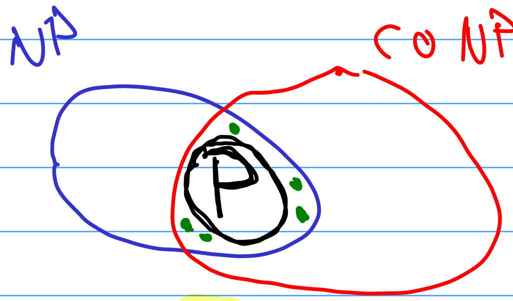
$L \in coNP$ $\exists p$ polynom a poly-time $T$

$\forall x \in \{0,1\}^*$

$x \in L \iff \forall h \in \{0,1\}^{p(|x|)} \quad T(x,h)=1$

$\forall h \quad \tilde{T}(x,h)=0$

NP vs coNP




$P \subseteq NP \cap coNP$

$\underbrace{P=NP}$ $\rightsquigarrow$ $NP=coNP$

pokud $P = NP \cap coNP$

tak: $P=NP \iff NP=coNP$

$coNP \neq NP \rightsquigarrow P \neq NP$

$coNP = NP \rightsquigarrow \begin{cases} P=NP \\ P\neq NP \end{cases}$ obojí (teoreticky možné)

Tautologie $= \{\varphi$ formule v $x_1, \dots, x_n : \varphi(x_1, \dots, x_n) = 1 \quad \forall x_1, \dots, x_n \in \{0,1\}\}$

Věta: Tautologie je coNP-úplná

Dk: $L \in coNP$, tak $L \leq_p TAUT$. Vezmeme si důkaz ($\bar{L}$:

$\bar{L} = M \in NP$ existovala poly redukce $\left( y \in M \iff \varphi_y(x_1, \dots, x_n) \text{ TRUE } \exists x_1, \dots, x_n \right.$

$[\neg\varphi_y]$ pro $\forall y \notin M \equiv y \in L$ je tautologie $\quad y \notin M$, $y \in L$

$$EXP = \bigcup_{c \geq 1} DTIME(2^{n^c})$$

$$NEXP = \bigcup_{c \geq 1} NTIME(2^{n^c})$$

$NP \subseteq EXP$

$\underset{p(\ )}{NT} \Downarrow \qquad DT$

1) $\underbrace{\forall h \in \{0,1\}^{p(|x|)}}_{2^{p(|x|)}} : \underbrace{NT(x,h)}_{poly(|x|)}$

$= O(2^{p(|x|)})$

$2^{2^{p(x)}}$ možných certifikátů

$\downarrow$

$\boxed{NEXP}$ vs $EXP$

Věta: $NEXP \neq EXP \Longrightarrow P \neq NP \equiv P = NP \Rightarrow EXP = NEXP$

Dk: $L \in NEXP$ $\qquad L_{PAD} = \{\langle x, 1^{2^{|x|^c}} \rangle : x \in L\}$

$\cap \qquad \underbrace{1111\ldots1}_{2^{|x|^c}}$

$\{0,1\}^*$ $\quad \exists NTS\ T$ běžící v čase $2^{|x|^c}$ pro $c \geq 1$

$L_{PAD} \in NP$ $\quad \exists NTS\ T'(x, 1^{2^{|x|^c}})$ — 1) ověř, že posledních $2^{|x|^c}$ znaků je 1; 2) pusti $T(x)$

v $poly(2^{|x|^c} + |x|)$ rozhodl zda $(x, 1^{\cdots}) \in L_{PAD}$

$P = NP$

$\Rightarrow \exists DTS\ \tilde{T}$ pro $L_{PAD}$ běží v čase $poly(2^{|x|^c})$

$\Rightarrow \exists DTS\ T^*$ pro $L$: 1) $y := \langle x, 1^{2^{|x|^c}} \rangle$

2) return $\tilde{T}(y)$

$f = o(g)$

" $Df = Nf \Rightarrow Dg = Ng$ "

Prostorová složitost

$L \in SPACE(f)$ pokud $\exists c > 0$ $\exists$ DTS $T$ t.ž.:

$T(x)$ vrátí TRUE $\Leftrightarrow x \in L$

a během výpočtu navštíví $\leq c \cdot f$ buněk na prac. páskách

PŘ.: $L = \{x \in \{0,1\}^* : x \notin \{0\}^*\}$ většinou $\boxed{f = \Omega(\log)}$

má $O(1)$ paměť. složitost

$f \in \Omega(\log)$

$DTIME(f) \subseteq SPACE(f) \subseteq NSPACE(f) \subseteq DTIME(2^{O(f)})$

$L \in NSPACE(f) \Rightarrow L \in DTIME(2^{O(f)})$

NTS $T$

vygeneroval obsah $w$ a pak spustil $T$?

NEFUNGUJE

uvažme $G_T = (V, E)$ orientovaný

$V = \{ q_{\langle o, w \rangle} \}$ obsah pracovní pásky

otisk ~ stav, symboly/pozice čtecích hlav

$v_{\langle o_1, w_1 \rangle} \longrightarrow v_{\langle o_2, w_2 \rangle}$

pokud je možné ze stavu popsaným $o_1$ s prac. $w_1$ vykonat krok $T$ a přejít do stavu popsaným $o_2$ s prac. $w_2$

$G_T$ má $\leq 2^{O(f)}$ vrcholů $2^{O(f)}$ vrcholů

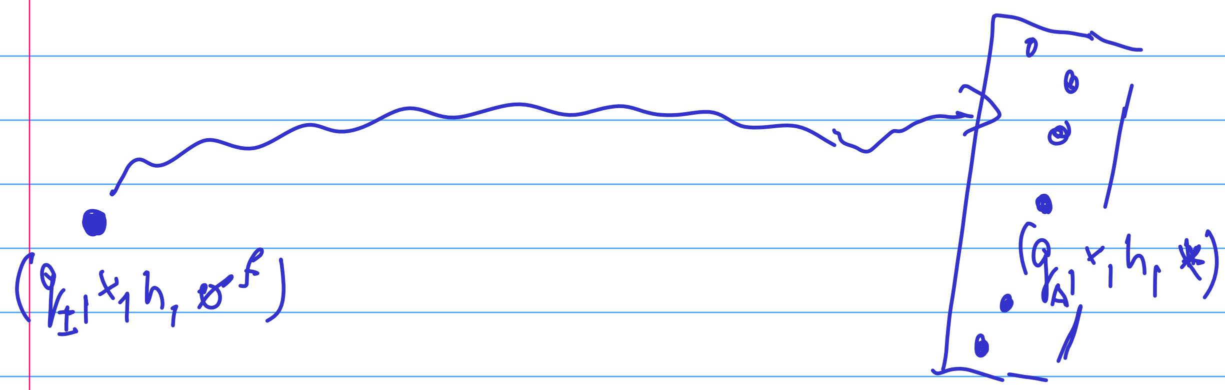
$(o_1, w_1) \longrightarrow (o_2, w_2)$

$\left[2^{O(f)}\right]^2$ hrán

$2^{2 \cdot O(f)}$

$\delta(q_1, s_I, s_W) \subseteq 2^{\{q_2,\ \rightarrow/\leftarrow/\emptyset,\ s,\ \rightarrow/\leftarrow/\emptyset\}}$

$Q \times 3^2 \times \Sigma$




$2^{O(f)}$

1) postavíme graf $G_f(x)$ s $2^{O(f)}$ v a $2^{O(f)}$ e

$\forall o_1, o_2$ if $(o_1 \longrightarrow o_2)$ then

$\forall w_1 \ (o_1, w_1) \longrightarrow (o_2, \tilde{w}_1)$

$\tilde{w}_1$ upravené $w_1$ ako rozdiel $o_1/o_2$ a otázka

2) BFS z $(q_{START}, \emptyset^f)$

zni: $\exists$ cesta do $q_{ACCEPT}, *$

---

$$PSPACE = \bigcup_{c>0} SPACE(n^c)$$

$$NPSPACE = \bigcup_{c>0} NSPACE(n^c)$$

$L = SPACE(\log n)$ $\quad$ $NL = NSPACE(\log n)$

$P \subseteq NP \subseteq PSPACE$

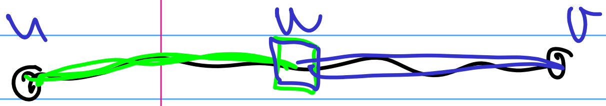
?? $(N)P \not\supseteq PSPACE$ ??

$PSPACE = NPSPACE$

Veta (Savičova): $L \in NSPACE(f) \implies L \in SPACE(f^2)$

Dk: $T$ je NTS $\rightsquigarrow G_T(x)$

jestli




$v_{q_{START}} \rightsquigarrow v_{q_{ACCEPT}}$

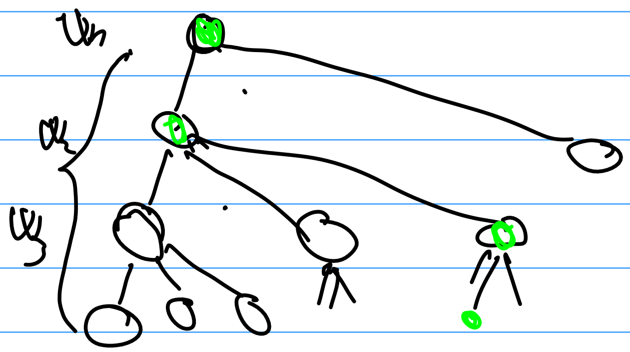
dĺžka nejvýše $2^{O(f)}$

$\exists cesta(u, v, i)$ $\begin{cases} YES & \exists \text{ cesta } u \rightsquigarrow v \text{ dĺžky} \leq 2^i \\ NO & \nexists \end{cases}$

$i > 1$: $\forall w \in G_T$: RETURN $\exists cesta(u, w, i-1) \,\&\, \exists cesta(w, v, i-1)$

$\exists cesta(q_{START}, q_{ACCEPT}, 2^{O(f)})$

$O(f)$



vrcholů $2^{O(f)}$

1 vrchol popsán $O(f)$ bity

$\implies O(f) \times O(f) = O(f^2)$ paměti

$NPSPACE = PSPACE$

$NL$ vs $L$

$NL \subseteq SPACE(\log^2)$

$\nparallel$

$SPACE(\log)$

OPEN $NL = L$ ?

Věta: $NL = coNL$

VÍME:

$L \subseteq NL \subseteq P \subseteq NP$

? $L = NP$

DReachability

Věta: NL-úplný problém: $\vec{G}$

$\exists s \longrightarrow t$ v $\vec{G}$

$s \rightsquigarrow t$

UReachability(s,t)

Věta: $s \to \cdots \to t$ neorientovaný G

(Reingold 2004) problém je v L

SL ~~(symmetric~~ logspace)