

Domací příklady z diskretní matematiky

9.10.2008

Příklad 1. (1 bod) Máme 3 nádoby s vodou, jednu o objemu 8 litrů, která je naplněna vodou až po okraj, a dvě prázdné, z nichž jedna má objem 3 litry a druhá 5 litrů. Vodu v nádobách chceme přeléváním přerozdělit tak, aby v obou větších nádobách byly přesně 4 litry. Jak na to?

Příklad 2. (2 body) Určete poslední cifru v desítkovém zápisu čísla $2^{2^{2^{2^2}}}$.
(Bez počítače, mnoha stránek papíru apod., svou odpověď samozřejmě zdůvodněte.)

Příklad 3. (3 body) Mějme n přímek v rovině takových, že žádné dvě nejsou rovnoběžné a žádné tři nemají společný bod. Spočtete, na kolik částí tyto přímky rozdělují rovinu. (Samozřejmě své tvrzení dokažte.)

Příklad 4. (5 bodů/2 body) Zkuste odvodit obecný vzorec bez sumy pro tzv. n -té čtverečkové číslo:

$$\square_n = \sum_{i=0}^n i^2.$$

Pokud se vám nedaří vzorec odvodit, je zde jednodušší varianta: vzorec si vyhledat (pokud ho nenajdete, napište mi e-mail) a jeho platnost dokázat matematickou indukcí.