

# Domací příklady z diskretní matematiky

13.11.2008

**Příklad 1.** (2 body) Dokažte, že každý graf na  $n$  vrcholech s právě  $k$  komponentami souvislosti má alespoň  $n - k$  hran.

**Příklad 2.** (2 body) Dokažte, že každý graf  $G$  bez kružnic, pro který platí  $|V(G)| = |E(G)| + 1$ , je strom.

(Pozor, to neplyne přímo z definice stromu, oproti definici tu něco chybí a něco je navíc.)

**Příklad 3.** (3 body) Dokažte, že posloupnost  $(a_1, \dots, a_n)$  je skóre stromu, právě když  $\sum_{i=1}^n a_i = 2n - 2$  a pro všechna  $i = 1, \dots, n$  platí  $a_i \geq 1$ .

**Příklad 4.** (2 body) Rozhodněte, zda existuje bipartitní graf s alespoň pěti vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní.

(Graf se nazývá bipartitní, pokud jde množinu jeho vrcholů rozdělit na 2 části  $V_1, V_2$  tak, že každá hrana spojuje vrchol z  $V_1$  s vrcholem z  $V_2$ .)