

Diskrétní matematika: série 2 – relace a zobrazení

Všechny kroky řešení je třeba pečlivě zdůvodnit či dokázat.

Úloha 1. Najděte příklad relace $R \subseteq \{1, 2, \dots, 10\} \times \{1, 2, \dots, 10\}$, která:

- a) je reflexivní, ale není symetrická, (1 bod)
- b) je reflexivní a symetrická, ale není tranzitivní, (1 bod)
- c) není reflexivní, ale je tranzitivní, (1 bod)
- d) není reflexivní, ale je symetrická i tranzitivní. (1 bod)

Vždy o relaci dokažte, že má požadované vlastnosti.

Úloha 2. Rozhodněte, zda existuje funkce $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$:

- a) která je prostá a není na, (1 bod)
- b) která je na, ale není prostá. (1 bod)

Úloha 3.

- a) Je-li $g \circ f$ prostá, musí být g prostá? A musí být f prostá? (2 body)
- b) Je-li $g \circ f$ na, musí být g na? A musí být f na? (2 body)

Úloha 4. Ukažte, že $f(m, n) = 2^m(2n + 1) - 1$ je bijekce mezi $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ a \mathbb{N} . (2 body)

\mathbb{N} v obou úlohách značí množinu všech přirozených čísel včetně nuly.

Diskrétní matematika: série 2 – relace a zobrazení

Všechny kroky řešení je třeba pečlivě zdůvodnit či dokázat.

Úloha 1. Najděte příklad relace $R \subseteq \{1, 2, \dots, 10\} \times \{1, 2, \dots, 10\}$, která:

- a) je reflexivní, ale není symetrická, (1 bod)
- b) je reflexivní a symetrická, ale není tranzitivní, (1 bod)
- c) není reflexivní, ale je tranzitivní, (1 bod)
- d) není reflexivní, ale je symetrická i tranzitivní. (1 bod)

Vždy o relaci dokažte, že má požadované vlastnosti.

Úloha 2. Rozhodněte, zda existuje funkce $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$:

- a) která je prostá a není na, (1 bod)
- b) která je na, ale není prostá. (1 bod)

Úloha 3.

- a) Je-li $g \circ f$ prostá, musí být g prostá? A musí být f prostá? (2 body)
- b) Je-li $g \circ f$ na, musí být g na? A musí být f na? (2 body)

Úloha 4. Ukažte, že $f(m, n) = 2^m(2n + 1) - 1$ je bijekce mezi $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ a \mathbb{N} . (2 body)

\mathbb{N} v obou úlohách značí množinu všech přirozených čísel včetně nuly.